

## **Una experiencia piloto de implantación de ECTS en la materia Matemáticas y su Didáctica de la titulación de Maestro en Educación Musical**

Ángel Contreras de la Fuente, Manuel García Armenteros y Lourdes Ordóñez Cañada.

*Área de Didáctica de la Matemática. Departamento de Didáctica de las Ciencias.  
Universidad de Jaén. Campus Las Lagunillas, s/n, 23071, Jaén, España.*  
[afuente@ujaen.es](mailto:afuente@ujaen.es)

### **Resumen**

En el marco de EEES, se plantea una investigación realizada con estudiantes de tercero de la Titulación de Maestro en Educación Musical en cuanto al aprendizaje colaborativo en las prácticas efectuadas en la asignatura troncal de Matemáticas y su Didáctica, con respecto al uso del número y sus significados. Es evidente que, dada la especialidad, la actividad matemática puede resultar algo tediosa y poco motivadora para el alumnado. Sin embargo, el trabajo desarrollado muestra que mediante un aprendizaje en el que la interacción social es relevante y las prácticas elegidas son significativas para este tipo de estudiantes se puede conducir a los alumnos a resultados satisfactorios.

### **INTRODUCCIÓN**

En esta Comunicación, en primer lugar se realizan algunas reflexiones teóricas respecto de algunas de las competencias (elemento clave en el EEES) de la Titulación de Maestro, tanto de las básicas del perfil del Maestro como de las específicas de matemáticas, cruzando algunas de las competencias y mostrando, de este modo, cuál es la competencia a estudiar.

Posteriormente, basados en la competencia elegida por su representatividad, se fundamenta un marco teórico en el que basar la investigación para analizar dos de las prácticas de enseñanza efectuadas en el curso de 3º de Educación Musical de la asignatura de Matemáticas y su Didáctica, con respecto al uso del número natural y sus significados. También se describen los objetivos de la investigación.

En el siguiente apartado, se desarrolla el método y el proceso de investigación, así como los resultados obtenidos. Por último, se obtienen las conclusiones pertinentes.

### **LAS COMPETENCIAS BÁSICAS PROFESIONALES DEL PERFIL DEL MAESTRO Y LAS COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN MATEMÁTICAS**

Podemos concebir la competencia (Geli y Pèlach, Les competències en els nous títols de Mestre, En: Aproximació a les competències en els nous títols de

mestre, 2006, Publicacions de la UdG, Gerona, pp. 15-42) como una aptitud para movilizar todo tipo de recursos cognitivos, para hacer frente a situaciones singulares, entre las cuales se encuentran informaciones y saberes:

- saberes personales y privados o saberes públicos y compartidos.
- saberes establecidos, saberes profesionales y saberes de sentido común.
- saberes procedentes de la experiencia, saberes procedentes de un intercambio o del hecho de compartir saberes adquiridos en formación.
- saberes de acción, que prácticamente no se han formalizado, y saberes teóricos, basados en la investigación.

Enseñar a través de las competencias es intentar que el sujeto esté en el centro de la competencia y ayudarlo a realizar sus actividades combinando y movilizando un conjunto doble de recursos: recursos incorporados (conocimientos, saber hacer, cualidades personales, experiencia,...) y redes de recursos de su entorno (profesionales, de documentos, informáticas, bancos de datos,...).

La (Aneca, *Libro blanco de los títulos de Maestro*, 2005) establece 23 competencias básicas del perfil del Maestro, de éstas elegimos cuatro de ellas relacionadas con la investigación que luego plateamos en este trabajo. Son las siguientes:

- 1b. Conocimiento de los contenidos que se han de enseñar y comprensión de su singularidad, epistemológica y didáctica.
- 8b. Capacidad para promover el aprendizaje autónomo de los alumnos, partiendo de los objetivos y contenidos propios de cada nivel educativo, desarrollando estrategias que eviten la exclusión y la discriminación.
- 10b. Capacidad para seleccionar o preparar materiales didácticos y hacerlos servir en el marco específico de las diferentes disciplinas.
- 19b. Capacidad para trabajar en equipo con los compañeros como condición necesaria para la mejora de la actividad profesional, compartiendo saberes y experiencias.

Como puede observarse, estas cuatro competencias están relacionadas, por una parte, con el conocimiento de la materia correspondiente, desde una perspectiva epistemológica y didáctica, y la selección de materiales didácticos (competencias 1 y 10). Por otra, con el importante papel que juegan las interacciones sociales como facilitadoras del desarrollo cognitivo (Gómez, M. y Garbayo, Influencia de las TIC en el curriculum de Matemática, En C. de Castro y M. Gómez (Edts.): *Análisis del curriculum actual de Matemáticas y posibles alternativas*, 2005, pp. 29-38), teniendo en cuenta que todos los efectos positivos que producen la interacción en el proceso educativo, son más beneficiosos cuando los estudiantes desarrollan un trabajo colaborativo (Bishop, 1989, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11: 7-16) y éste, además, es autónomo (competencias 8 y 19).

En cuanto a las competencias específicas de matemáticas en educación primaria, la Aneca establece en el libro blanco de las titulaciones de Maestro 18 competencias, de las cuales siete están relacionadas con las anteriores. Estas siete competencias son:

- 2e. Conocer los procesos de simbolización matemática (De las representaciones enactivas a las simbólicas, pasando por las icónicas. La interpretación de fenómenos de la vida cotidiana mediante el lenguaje

algebraico, las gráficas funcionales y otros sistemas de representación).

7e. Ser capaz de gestionar un aula de matemáticas conociendo los aspectos interactivos que intervienen, facilitando la motivación y permitiendo un adecuado tratamiento de la diversidad del alumnado

10e. Usar y hacer usar a los alumnos los números y sus significados, ser capaz de medir y relaciones métricas, ser capaz de representar y usar formas y relaciones geométricas del plano y del espacio, ser capaz de analizar datos y situaciones aleatorias en situaciones diversas, tanto en situaciones no escolares como escolares.

12e. Diseñar secuencias didácticas de matemáticas para Primaria.

13e. Dar respuesta a la diversidad en el aula de matemáticas.

17e. Conocimiento del contenido matemático suficientemente amplio que le permita realizar su función docente con seguridad.

18e. Conocer elementos básicos de historia de las matemáticas (y de la ciencia en general) de manera que se reconozca la necesidad del papel de la disciplina en el marco educativo.

Las relaciones de las competencias básicas del perfil del maestro y las específicas de primaria se establecen en la siguiente tabla.

	2e	7e	10e	12e	13e	17e	18e
1b	X		X			X	X
8b		X	X		X		
10b			X				
19b		X	X				

Como puede observarse, la competencia 10 específica es la que está más relacionada con las competencias básicas elegidas en este estudio. Por tanto, será la que utilizamos para realizar la investigación.

## MARCO TEÓRICO Y OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

### Marco teórico

Desde el punto de vista de la enseñanza de las Matemáticas, como señala (Godino, 2002a, *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 29: 9-19), la competencia matemática, entendida como capacidad para realizar adecuadamente tareas matemáticas específicas, debe complementarse con la comprensión matemática de las técnicas necesarias para realizar las tareas y de las relaciones entre los diversos contenidos y procesos matemáticos puestos en juego.

Entre la comprensión instrumental y la relacional (Skemp, *Mathematics Teaching*, December, 1976) creemos que se puede incluir la competencia. Por un lado, la competencia del saber estaría íntimamente relacionada con la comprensión relacional y la competencia del saber hacer con la instrumental. De esta forma, puede interpretarse la competencia (tanto del saber como del saber hacer) bajo una perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas.

Un modelo epistemológico acorde con las nuevas tendencias en la filosofía de las matemáticas debería adoptar los supuestos sobre las matemáticas:

- La matemática es una actividad humana que implica la solución de problemas. En la búsqueda de respuestas o soluciones a estos problemas externos o internos emergen y evolucionan progresivamente las técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente compartidas. La competencia matemática requiere familiaridad con los tipos de problemas, y los recursos disponibles para su solución.

- En la actividad matemática se utilizan diversos recursos lingüísticos y expresivos que desempeñan un papel comunicativo e instrumental. La competencia matemática requiere dominio y fluidez en el uso de los recursos lingüísticos y operatorios, esto es, competencia comunicativa.

- La matemática es un sistema de reglas (definiciones, axiomas, teoremas), que tienen una justificación fenomenológica y están lógicamente estructuradas. La competencia matemática requiere el dominio de los sistemas matemáticos disponibles y capacidad para desarrollarlos ante las necesidades de resolver nuevos problemas (comprensión relacional).

Es decir, se pueden distinguir tres facetas básicas en el conocimiento matemático:

- El componente práctico que comprende las situaciones-problemas y las técnicas de solución.

- El componente discursivo/relacional, formado por el sistema de reglas y justificaciones.

- Ambos componentes se apoyan en el uso de recursos lingüísticos, por lo que el lenguaje matemático (en sus diversos registros) constituye un tercer componente sin el cual los otros dos no pueden desarrollarse.

En (Godino, 2002b, *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 22(2/3): 237-284) y (Contreras et al., 2005, *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 25(2): 151-186) se desarrolla y aplica el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática (EOS) como un marco teórico relevante para poder describir y explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la actividad matemática.

Dentro de este enfoque teórico, para el análisis de la actividad matemática se utiliza el análisis epistémico, el cual consiste en estudiar las contestaciones de los estudiantes a la situación planteada mediante las siguientes seis entidades primarias (Godino, 2002b, *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 22(2/3): 237-284):

*Lenguaje* (términos, expresiones, notaciones, gráficos). En un texto vienen dados en forma escrita o gráfica pero en el trabajo matemático pueden usarse otros registros (oral, gestual). Mediante el lenguaje (ordinario y específico matemático) se describen otros objetos no lingüísticos.

*Situaciones* (problemas más o menos abiertos, aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas, ejercicios,...); son las tareas que inducen la actividad matemática.

*Acciones* del sujeto ante tareas matemáticas (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos).

*Conceptos*, dados mediante definiciones o descripciones (número, punto, recta, media, función,...).

*Propiedades* o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados o proposiciones.

*Argumentaciones* que se usan para validar y explicar las proposiciones (sean deductivas o de otro tipo).

Estos seis objetos matemáticos son los que se ponen en juego en la actividad matemática.

Cuando surge una disparidad entre lo que un sujeto muestra como conocimiento sobre un objeto matemático determinado con el significado institucional del mismo, se dice que existe un conflicto semiótico.

### *Objetivos de la investigación*

Tratamos de ver:

- a) Que el aprendizaje colaborativo resulta eficaz en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- b) En el desarrollo de las prácticas los estudiantes siguen un esquema constructivista, al seguir las fases de acción, formulación y validación.
- c) Que los errores que muestran los estudiantes siguen el esquema del enfoque teórico planteado, al poder clasificarse como conflictos semióticos.

## **MÉTODO Y PROCESO DE INVESTIGACIÓN**

Los estudiantes del grupo de 3º de Matemáticas y su Didáctica de Maestro en Educación Primaria se dividieron en subgrupos de trabajo de 4 alumnos. Las situaciones planteadas se les entregaban en la clase prácticas, los estudiantes, con el asesoramiento del profesor (sin llegar a dar la solución), tenían que contestar a las mismas por medio del esquema siguiente: en la primera fase (acción), se trataba de entender lo que se les solicitaba y operar de manera intuitiva con los datos; en la segunda fase (formulación), los alumnos adelantaban conjeturas sobre posibles vías de solución, entre ellos mismos se preguntaban sobre el por qué de dichas conjeturas; por último, en la tercera fase (validación), las conjeturas eran puestas a prueba por los alumnos que no las habían formulado, llegando a situaciones de enfrentamientos científicos entre ellos, únicamente cuando las respuestas eran consensuadas entre los miembros del subgrupo correspondiente, se cerraba el proceso.

El profesor de la asignatura intervenía únicamente en el caso de que hubiera dudas sobre el enunciado, o bien para sugerir alguna vía que pudiera serle útil. Sin embargo, nunca se daba la solución de la situación planteada.

Una vez finalizada la práctica, la cual podía durar más de una sesión, el subgrupo entregaba la misma al profesor, el cual la corregía y la comentaba en clase con los estudiantes, en un verdadero proceso de debate.

Las dos situaciones prácticas aparecen en el anexo y han sido corregidas según el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática.



## RESULTADOS OBTENIDOS

Para la práctica 1 se han obtenido los resultados siguientes:

De los diez subgrupos de alumnos formados, hay un 60% de contestaciones satisfactorias, lo cual sorprende positivamente dado el carácter inductivo de las cuestiones que se les planteaban.

Los errores mostrados por el 40% d los estudiantes conducen a diversos tipos de conflictos semióticos muy interesantes, como los siguientes:

*No reconocer como casos distintos las potencias de dos y sus inversas, aplicando siempre el mismo criterio cuando son casos inversos. (conflicto semiótico conceptual)*

*No saber obtener el término general mediante una fórmula de recurrencia para una sucesión que han obtenido correctamente. (conflicto semiótico procedimental)*

*No saber utilizar un algoritmo de cálculo, como por ejemplo expresar un número en base 2. (conflicto semiótico procedimental)*

*Discordancia entre la representación numérica y la representación icónica a que da lugar una situación planteada en la práctica. (conflicto semiótico conceptual)*

*Entender como fórmula de inducción una fórmula de recurrencia de un término en función del anterior. (conflicto semiótico argumentativo)*

*Identificar el término general de una sucesión con un caso particular. (conflicto semiótico procedimental)*

En el caso de la práctica 2 se han obtenido los resultados siguientes:

De los diez subgrupos de alumnos formados, hay un 80% de respuestas satisfactorias. Teniendo en cuenta que las cuestiones planteadas suponen la generalización de diversos procesos matemáticos, las calificaciones obtenidas son excelentes.

Los errores detectados en el 20% de los estudiantes conducen a un conjunto de conflictos semióticos de bastante interés, como los siguientes:

*Interpretación errónea de lo que pide el enunciado de la cuestión, la confundir filas por columnas. (conflicto semiótico procedimental)*

*No conjeturar la posibilidad de más soluciones, al encontrar una de ellas por ensayo y error. (conflicto semiótico argumentativo)*

*No conocer herramientas algebraicas de cálculo elemental, como la aplicación de la propiedad distributiva. (conflicto semiótico procedimental)*

*Recurrir a una ecuación, cuando realmente no existe, para poder finalizar un proceso de cálculo y llegar a una solución. (conflicto semiótico argumentativo)*

*Justificaciones sin sentido y respuestas incoherentes. (conflictos semiótico argumentativo)*

*No saber generalizar, mediante un proceso inductivo, los términos de una tabla de doble entrada. (conflicto semiótico procedimental)*

Por otra parte, durante las sesiones prácticas en la observación del profesor se pudo apreciar que los estudiantes iniciaban una primera etapa de contacto y de entendimiento de las dos situaciones prácticas propuestas. En segundo lugar, formulaban sus hipótesis sobre las soluciones a las mismas interviniendo todos los participantes. Por último, para validar las formulaciones realizadas aparecía la figura de emisor que hacía explícita la hipótesis de solución y el receptor, el cual era el que verdaderamente validaba, junto con la propia situación propuesta.

## CONCLUSIONES

Como se ha podido apreciar el aprendizaje colaborativo, dotado de las interacciones sociales correspondientes, ha permitido obtener unos resultados en matemáticas, del 60% y 80% de éxito, bastante más altos que los tradicionales en esta materia (que suelen bajar obviamente del 50% de éxito). Además, con esta metodología se consigue que todos los estudiantes se impliquen en la solución de la situación de enseñanza planteada.

En el desarrollo de las prácticas los estudiantes siguen unos esquemas de comportamiento en los que libremente emiten hipótesis y tratan de validarlas, en un verdadero juego de tipo constructivista donde la elaboración del conocimiento matemático se constituye en el objetivo prioritario.

No obstante, existen unos porcentajes apreciables del 40% en la primera práctica y del 20% en la segunda, que indican que los estudiantes cometen errores significativos en la realización de las situaciones planteadas. Dichos errores se han clasificado según los conflictos semióticos que subyacen en los mismos, obteniéndose como más frecuentes los de tipo argumentativo y, sobre todo, los procedimentales. Todo ello estudiado bajo el marco conceptual del EOS.

## ANEXO

### Práctica 1 (una muestra)

#### *Valores de las figuras musicales*

Contestar a las cuestiones siguientes:

- Dando a la figura redonda un valor igual a 1, representar el resto de las figuras con los valores relativos asociados.
- Si a las figuras: redonda, blanca..., las nombramos por.  $g_1, g_2, g_3, \dots$ , dar una fórmula general para el valor de cualquier figura (se suponen los valores de a).
- Dando a la figura semifusa el valor 1, representar el resto de las figuras con los valores relativos asociados.
- Si a las figuras: redonda, blanca..., las nombramos por.  $h_1, h_2, h_3, \dots$ , dar una fórmula general para el valor de cualquier figura (se suponen los valores de c).

## Práctica 2 (una muestra)

### *Situaciones del sistema de numeración decimal y las operaciones elementales*

#### Primera situación:

Se toma un número de tres cifras, por ejemplo 763, se escribe a la derecha del mismo otra vez 763, obteniéndose el número 763763. Se divide el número por 7, después el cociente por 11, y el cociente de esta última división por 13. Dar el resultado obtenido.

- a) Realizar la misma serie de operaciones con el número 691. Dad vuestro resultado.
- b) A la vista de los resultados obtenidos, enunciar una proposición general que los explique utilizando la descomposición polinómica del número.
- c) Demostrar esta proposición.

## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo se ha realizado en el marco del proyecto de investigación I+D+I del MEC: SEJ2004-06637.